



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ



ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Кафедра математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»

**От анализа достижения предметных
результатов по итогам ОГЭ
к выстраиванию траектории повышения
качества обучения
по математике**

региональный семинар-практикум

31.01.2025г.

Самара

Учебно-методические материалы по разбору заданий КИМ ОГЭ по математике.

Составители:

Афанасьева Светлана Геннадьевна, к.п.н., заведующий кафедры математического и естественнонаучного образования ГАУ ДПО СО «Институт развития образования

Бобрович Елена Михайловна, старший преподаватель кафедры математического и естественнонаучного образования ГАУ ДПО СО «Институт развития образования

Анализ итогов ОГЭ и видеоразбор всех заданий КИМ ОГЭ

Липилина Вера Васильевна, Тольяттинский государственный университет, доцент кафедры «Высшая математика и математическое образование», кандидат педагогических наук, доцент. Председатель предметной комиссии математика

Задание 3.

Афимьина Наталья Георгиевна, учитель математики, ГБОУ СОШ № 6 г. о. Сызрань

Задание 4.

Жукова Светлана Владимировна, учитель математики, ГБОУ гимназия г. Сызрани

Задание 14.

Сягаева Ольга Геннадьевна, учитель математики, ГБОУ СОШ № 13 г. о. Жигулевск

Задание 20.

Падалко Татьяна Григорьевна, учитель математики, ГБОУ СО «Гимназия № 1 (Базовая школа РАН)» г. о. Самара

Черных Елена Андреевна, учитель математики, ГБОУ СО «Гимназия № 1 (Базовая школа РАН)»

Задание 21.

Янаева Ольга Николаевна, учитель математики, МБУ «Гимназия № 35» г. о. Тольятти

Задание 22.

Романенко Елена Николаевна, учитель математики, Самарский региональный центр для одарённых детей

Задания 23,24,25.

Ушакова Екатерина Владимировна, учитель математики, Самарский региональный центр для одарённых детей

Цель данных учебно-методических материалов – способствовать развитию методической компетентности учителя математики в его практической профессиональной деятельности при подготовке обучающихся образовательных организаций к ОГЭ по математике.

Представлены учебно-методические материалы по разбору заданий по «западающим» КЭС ОГЭ по математике. Рассмотрены приёмы решения некоторых заданий, вызывающих затруднения при их выполнении обучающимися образовательных организаций Самарской области.

Пособие предназначено учителям математики школ, преподавателям СПО, методистам математики.

Количество участников ОГЭ, получивших отметку «2», в 2024 году составляет 14,3%. Количество участников ОГЭ, получивших «3», в 2024 году составляет 39,8%.

При анализе результатов ОГЭ выделяем группу выпускников, преодолевших минимальную границу с запасом в 1-2 балла (2032 чел. – 6,7%). Это означает, что количество участников с низким уровнем подготовки по предмету значительно больше, чем просто количество не преодолевших минимальную границу.

Количество участников экзамена с высоким уровнем подготовки по математике в Самарской области составляет 10,4%, из них 4,2% (1264 чел.) участников, получивших 22-23 первичных балла, преодолели границу отметки «5» с запасом в 1-2 балла. Это означает, что потенциально доля участников, показывающих высокие результаты, в регионе может быть ниже. Это следует учесть при организации работы с данной категорией участников следующего года.

Уровень обученности участников ОГЭ по региону: (участники, получившие отметку «3», «4» и «5») составил 85,7 %.

Качество обученности: (участники, получившие отметку «4» и «5») составляет 46,0%.

Катастрофической является ситуация с выпускниками СПО. Доля участников ОГЭ, получивших отметку «2» в 2024 году составляет 79,2%, уровень обученности составляет 20,8 %.

Анализ результатов ОГЭ 2024 г.

Липилина Вера Васильевна, Тольяттинский государственный университет, доцент кафедры «Высшая математика и математическое образование», кандидат педагогических наук, доцент. Председатель предметной комиссии, математика.

<https://disk.yandex.ru/client/disk/региональный%20семинар-практикум%20>



Ссылка на видеоразбор всех заданий КИМ ОГЭ

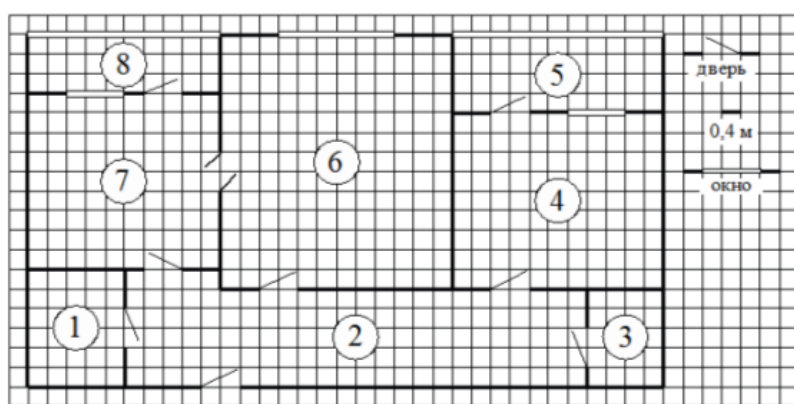
Задание 3.

Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение; умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур.

Уровень сложности задания: Базовый

Средний процент выполнения: 49,1 %



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клетки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка.

Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора — дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение — гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

3. На сколько процентов площадь санузла больше площади кладовой?

Решая это задание, ученики идут рудным путем. Они начинают умножать стороны на длину клетки.

$$3,2 - 100\%$$

$$4,8 - x\%,$$

$$x = \frac{4,8 \cdot 100}{3,2} = 150\%$$

$$150\% - 100\% = 50\%.$$

Это приводит к ошибкам в вычислениях. Намного проще решать это задание, не умножая на длину клетки. Просто посчитать клеточки, перемножить их и составить пропорцию.

$$S_k = 4 \cdot 5 = 20,$$

$$S_{c.y.} = 5 \cdot 6 = 30$$

$$20 - 100\%$$

$$30 - x\%,$$

$$x = \frac{30 \cdot 100}{20} = 150\%$$

$$150\% - 100\% = 50\%.$$

Можно не вычислять полностью площади кладовой и санузла, и выполнить сокращение дроби будет удобнее.

$$S_k = 4 \cdot 5 \cdot 0.16$$

$$S_{c.y.} = 5 \cdot 6 \cdot 0.16$$

Составляют пропорцию:

$$4 \cdot 5 \cdot 0.16 - 100\%$$

$$5 \cdot 6 \cdot 0.16 - x \%$$

$$x = \frac{5 \cdot 6 \cdot 0.16}{4 \cdot 5 \cdot 0.16} = 150\%$$

В результате мы получили такой же ответ, но решили это наиболее легким способом.

Задание 4.

Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение; умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур.

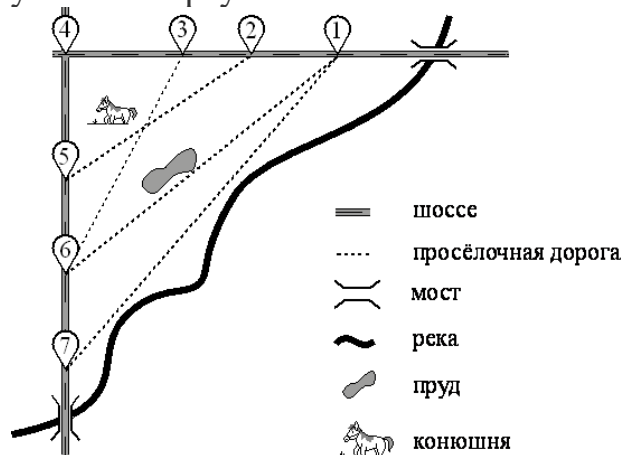
Уровень сложности задания: Базовый

Средний процент выполнения: 27,4 %

На рисунке изображён план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновка (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается

отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге мимо реки. Есть другой путь — по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорка, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово. Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам — со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки — 4 км, от Егорки до Ванютино — 12 км, от Горюново до Ванютино — 15 км, от Ванютино до Жилино — 9 км, а от Жилино до Богданово — 12 км.

Задание 4.

Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут мимо пруда через Горюново?

Решение:

Типичные ошибки:

- Неправильно расставлены деревни;
- Из формулы $S=v \cdot t$ неправильно выражено время $t=S/v$;
- Дорога из Антоновки в Богданово через Горюново проходит и по шоссе, и по просёлочной дороге, а там разные скорости.
- Время должно быть выражено в минутах, а по условию задачи время дано в часах;
- Вычислительные ошибки.

Из текста следует вывод, что: Антоновка - 1, Горюново – 6, Богданово – 7. Из предыдущих пунктов задачи и из условия задачи расстояние от Антоновки до Горюново 25 км по проселочной дороге, где скорость $v=30$ км/ч, от Горюново до Богданово 6 км по шоссе, где скорость $v=50$ км/ч.

$$t_{1,6}=25/30 \text{ ч.}$$

$$t_{6,7} = 6/50 \text{ ч.}$$

$$t_{\text{общее}} = t_{1,6} + t_{6,7} = (25/30 + 6/50) \text{ ч.}$$

Так как ответ должен быть в минутах умножаем результат на 60, т.е.

$$t_{\text{общее}} = t_{1,6} + t_{6,7} = (25/30 + 6/50) \cdot 60 = 50 + 7,2 = 57,2 \text{ минуты.}$$

Ответ: 57,2

Задание 14.

Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

Умение использовать свойства последовательностей, формулы суммы и общего члена при решении задач, в том числе задач из других учебных предметов и реальной жизни

Уровень сложности задания: Базовый

Средний процент выполнения: 82,9%, в 2023 году 41,6%

При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 5°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 9 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -8°C .

Как решить эту задачу?

1 способ

Можно механически записать в столбец все члены прогрессии с шагом -5

Через 1 минуту	$-8-5=-13$
Через 2 минуты	$-13-5=-18$
Через 3 минуты	$-18-5=-23$
Через 4	$-23-5=-28$

минуты	
Через 5 минут	$-28-5=-33$
Через 6 минут	$-33-5=-38$
Через 7 минут	$-38-5=-43$
Через 8 минут	$-43-5=-48$
Через 9 минут	$-48-5=-53$

Ответ: -53

2 способ

Можно воспользоваться формулой арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

где a_n – n -ый член прогрессии, a_1 – первый член прогрессии, d – разность прогрессии, n – номер члена прогрессии.

По условию задачи первый член прогрессии $a_1 = -8$, разность прогрессии $d = -5$, а $n = 10$, потому что через одну минуту после начала испытания получаем второй член прогрессии, соответственно после пятой минуты получим шестой член прогрессии, после девятой минуты десятый член.

Подставляем в формулу и вычисляем:

$$a_n = a_1 + d(n-1) = -8 + (-5)(10-1) = -8 - 45 = -53$$

Ответ: -53

3 способ

А можно чуть-чуть порассуждать:

Если температура каждую минуту уменьшается на 5^0 , значит, за 9 минут она уменьшится на 45^0

А от начальной температуры -8 она понизилась до:

$$-8^0 + (-45^0) = -53^0$$

Ответ: -53

Самое важное требование к выполнению заданий с развернутым ответом № 20, 21, 22, 23, 24, 25 заключается в следующем: решение должно быть математически грамотным и завершенным. Из решения должен быть понятен ход рассуждений. Участник экзамена может ограничиться краткими пояснениями без

подробного описания известных алгоритмов и ссылок на общеизвестные факты. Лаконичное решение, содержащее все основные шаги решения, не содержащее неверных утверждений и ошибочных выкладок, следует рассматривать как решение без недостатков. Краткое, лаконичное, математически верное решение свидетельствуют о высокой математической культуре участника экзамена и должно высоко оцениваться.

Если решение задания второй части (20 – 25) удовлетворяет этим требованиям, то за него следует выставить 2 балла. При этом решение может содержать описки, не влияющие на ход решения и ответ, несущественные неточности в терминологии или обозначениях. Также не снижаются баллы за нерациональное решение, за решение содержащее избыточные рассуждения.

Если эксперт делает общее заключение о том, что участник экзамена решил задачу, но решение не доведено до численного ответа или допущена не принципиальная

вычислительная ошибка, не влияющая на ход решения, или имеются несущественные

недостатки (например, отсутствие обоснования вспомогательных фактов), то за решение выставляется 1 балл.

Если решение отсутствует (в частности, приведен только верный ответ), состоит из фрагментарных записей, несвязных рассуждений или содержит существенную математическую ошибку, то за решение следует выставить 0 баллов. Эту же оценку – 0 баллов – следует выставить и в том случае, если незначительная ошибка в записях или даже описка привели к изменению задачи.

Участник экзамена может использовать, без доказательств и обоснований, утверждения, факты, методы из любого действующего учебника. Если утверждение отсутствует в учебниках или избыточно, но эквивалентно общеизвестному (например, утверждение о подобии треугольников по трем углам), то оно является истинным, и потому использование такого утверждения не является ошибкой.

В решении текстовых или сюжетных задач, где требуется составление стандартной математической модели (например, задачи на движение), отсутствие комментариев к составлению уравнения и его решению, в общепринятых, естественных обозначениях и ограничениях на переменные (явно следующих из условия задачи), не является основанием для снижения баллов.

Задание 20.

Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

Умение решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем

Уровень сложности задания: Повышенный

Средний процент выполнения: 16,7 %

Пример задания, содержащего квадратное неравенство или неравенство, сводящееся к нему

Решить неравенство $\frac{-14}{x^2 - 2x - 15} \leq 0$

Решение. 1 способ

Заметим, что если числитель дроби - отрицательное число, то для того чтобы выполнялось неравенство, нужно, чтобы знаменатель был положительным, то есть данное неравенство равносильно неравенству

$$x^2 - 2x - 15 > 0$$

Важно! Часто учащиеся записывают нестрогое неравенство, допуская тем самым грубую ошибку, предполагая, что знаменатель может быть равен нулю

Рассмотрим функцию $y = x^2 - 2x - 15$

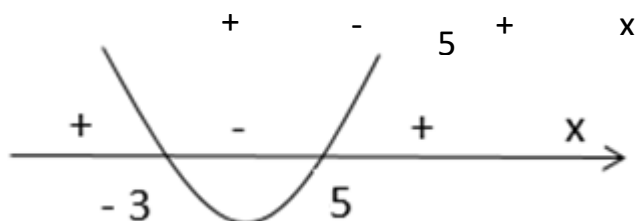
Она является квадратичной. График – парабола, ветви направлены вверх.

Найдем нули функции

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x_1 = -3, x_2 = 5$$

Отметим найденные значения на числовой оси и изобразим эскиз параболы:



Выбираем промежутки, в которых положительный знак

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$

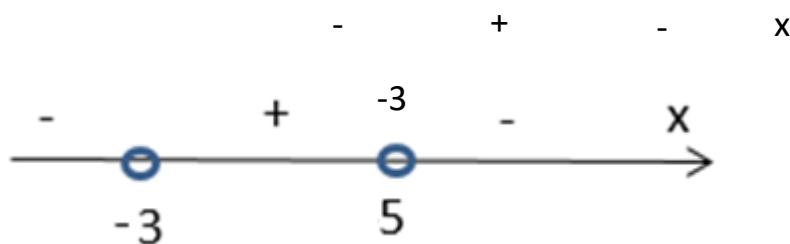
2 способ. Решаем с помощью метода интервалов.

Разложим на множители трёхчлен $x^2 - 2x - 15 = (x+5)(x-3)$

Неравенство примет вид:

$$\frac{-14}{(x-5)(x+3)} \leq 0$$

Расставим нули знаменателя на числовой прямой и определим знак дроби в каждом промежутке



Ответ: $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$

Важно! При решении первым способом эксперт вправе снизить баллы, если после неравенства сразу изображена парабола без описания функции. При решении вторым способом важно отметить на числовой оси нули знаменателя выколотыми точками.

Задание 21.

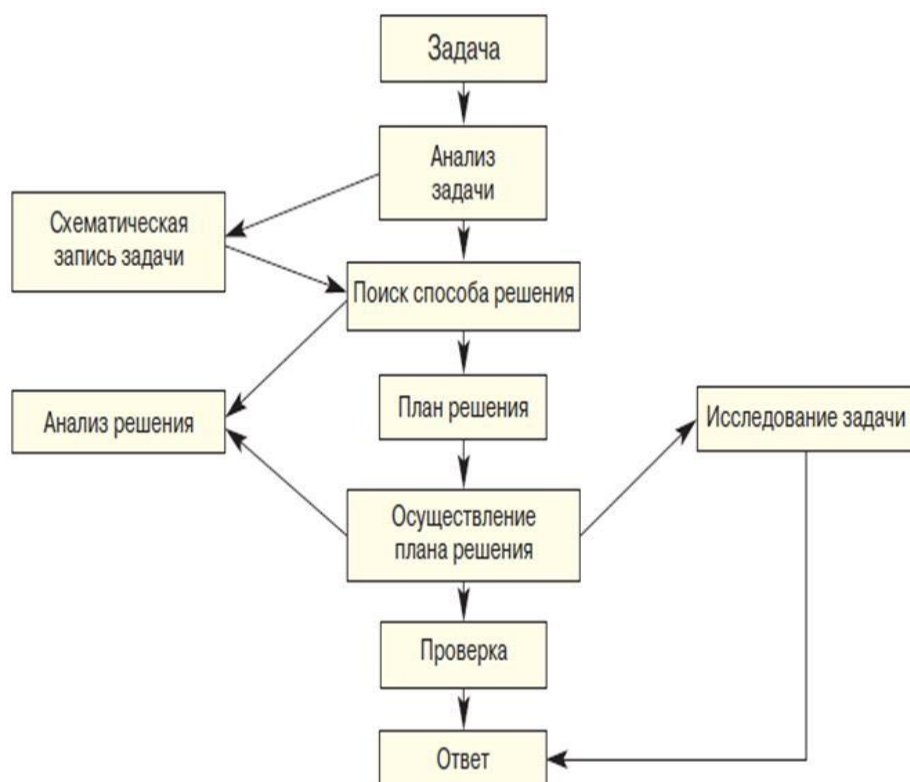
Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение

Уровень сложности задания: Повышенный

Средний процент выполнения: 16,5 %

Этапы решения задачи



Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает первый рабочий?



РЕШЕНИЕ:

Пусть x деталей в час делает первый рабочий, тогда второй рабочий делает $(x - 5)$ деталей в час. Заказ, состоящий из 180 деталей, первый рабочий делает на 3 часа быстрее второго рабочего.

	v (деталей/ч)	t (ч)	A (деталей)
1 рабочий	x	$\frac{180}{x}$	180
2 рабочий	$x - 5$	$\frac{180}{x - 5}$	180

Составим и решим уравнение, учитывая, что *производительность первого рабочего больше 5 деталей в час.* ($x > 5$)

$$\frac{180x - 180(x - 5)}{(x - 5)x} = 3$$

$$\frac{60 \cdot 5}{(x - 5)x} = 1$$

$$x^2 - 5x - 300 = 0$$

$$D = 25 + 1200 = 1225 = 35^2$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 20 \\ x = -17,5 \text{ (не удовлетворяет условию } x > 5) \end{array} \right.$$

Ответ: 20.

Задание 22.

Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

Умение строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни; умение выражать формулами зависимости между величинами

Уровень сложности задания: Базовый

Средний процент выполнения: 6,2 %

1. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 7, & \text{при } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{при } x \leq -4 \end{cases}$

При каких значениях m прямая $y=m$ имеет ровно одну общую точку с графиком функции?

Решение:

1. Если $x \geq -4$, то $y = x^2 + 4x + 7$ парабола, ветви которой направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы $X_v = -\frac{4}{2} = -2, Y_v = 4 - 8 + 7 = 3$

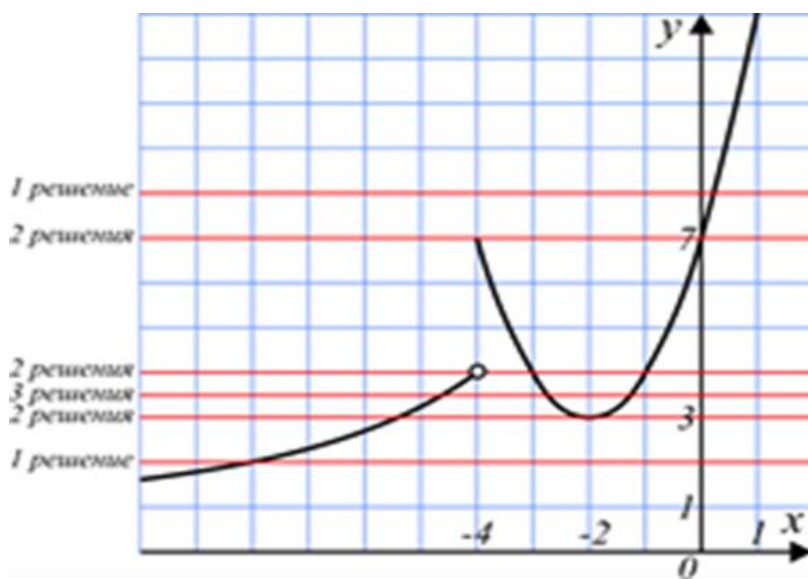
Точка $(-2;3)$ вершина параболы

Вычислим дополнительные точки для построения графика

X	-4	-3	-2	-1	0
y	7	4	3	4	7

2. Если $x < -4$, то $y = -\frac{16}{x}$ гипербола. Вычислим дополнительные точки для построения графика

X	-16	-8	-4
y	1	2	4



3. Проводим горизонтальные прямые $y=m$, рассматриваем все случаи с разным количеством точек пересечения этой прямой с графиком функции.

Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку если

$$0 < m < 3 \text{ и } m > 7.$$

Ответ: $m \in (0;3) \cup (7;+\infty)$

Если при выполнении задания обучающийся не указал на вид графика элементарной функции, что и не требуется в условии задачи, то балл не может быть понижен за задание. Обозначение вида графика разумеется, может быть

использовано при построении, например, «графиком является такая-то парабола (или ее часть)», без таблицы значений. Но, в данном случае, не обязательно.

Если при выполнении задания обе части графика построены верно, продемонстрировано понимание алгоритмов построения гиперболы и параболы, показаны области, где расположены все нужные прямые вида $y = m$, границы промежутков, в которых находятся нужные значения параметра, считываются однозначно из таблиц. Критерии диктуют оценку 2 балла.

Задание 23.

Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

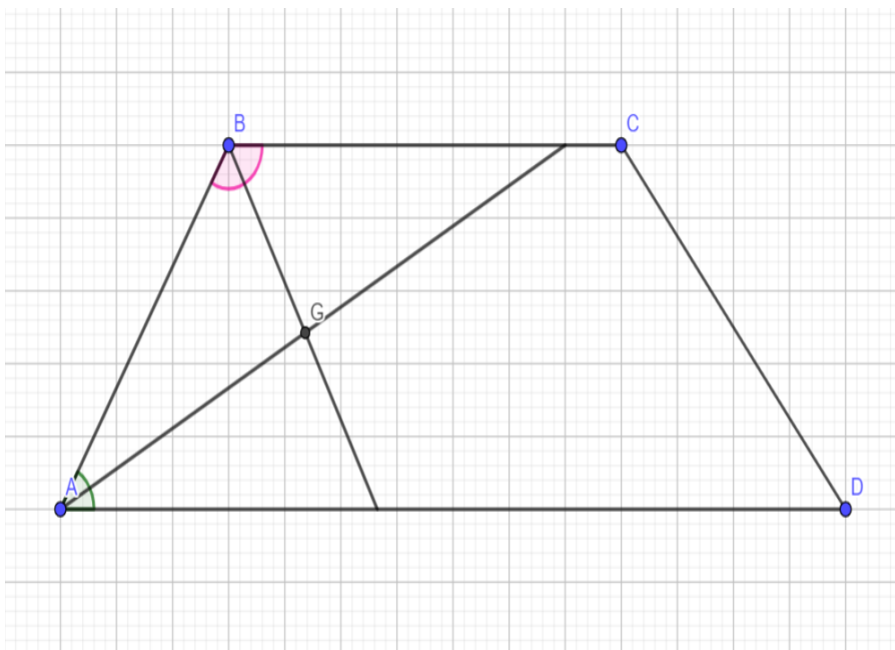
Умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямоугольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей

Уровень сложности задания: Повышенный

Средний процент выполнения: 4,1 %

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

23. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке G . Найдите AB , если $AG = 20$, $BG = 15$.



$\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$, значит $(\angle ABC + \angle BAD):2 = 180^\circ:2 = 90^\circ$.
 $\angle GAB + \angle GBA = 90^\circ$, то есть в
 $\triangle ABG$: $\angle AGB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.
 $\triangle ABG$ прямоугольный. По теореме Пифагора $AB^2 = AG^2 + BG^2$,
 $AB = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$

Ответ. 25

Задание 24.

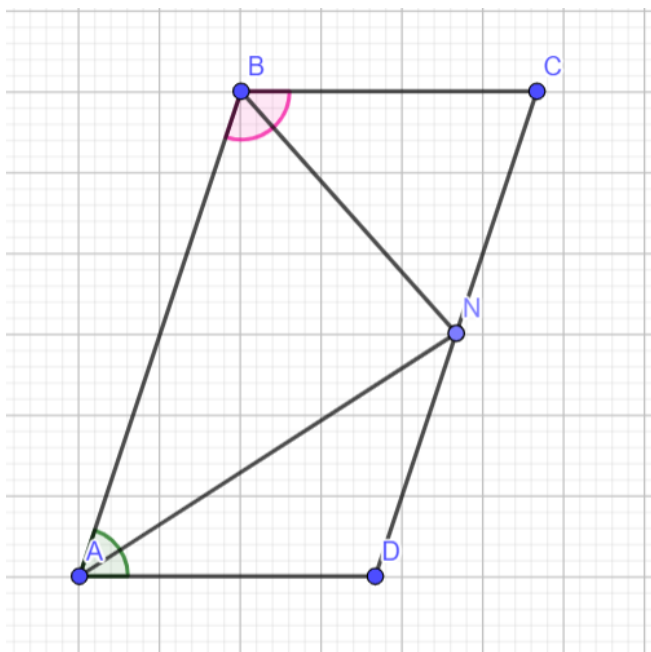
Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

Умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство; распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, строить высказывания и отрицания высказываний

Уровень сложности задания: Повышенный

Средний процент выполнения: 11,2 %

24. Биссектрисы углов A и B параллелограмма ABCD пересекаются в точке N, лежащей на стороне CD. Докажите, что N — середина CD.



$ABCD$ параллелограмм, значит $AD = BC$, $AB \parallel CD$.
 $\angle ABN = \angle CBN$ (BN биссектриса),
 $\angle ABN = \angle CNB$ (накрест-лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей BN). $\angle CBN = \angle CNB \Rightarrow$
 $\triangle CBN$ равнобедренный $BC = NC$.
 Аналогично $\triangle ADN$ равнобедренный, $AD = ND$.
 Получили, $AD = BC = CN = ND$. Значит N середина CD .

Задание 25.

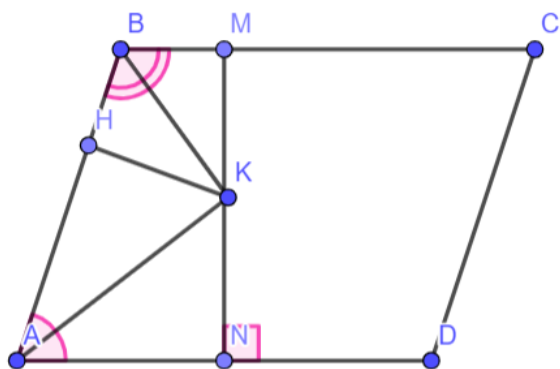
Проверяемые в задании элементы содержания / умения:

Умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямоугольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей

Уровень сложности задания: Высокий

Средний процент выполнения: 0,4 %

25. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 6$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 6.



Опустим из точки К перпендикуляры КН, КМ и КN на стороны АВ, ВС и АD соответственно.

По условию расстояние от точки К до стороны АВ равно 6, то есть $KH = 6$.

ВК — биссектриса $\angle ABC$, АК — биссектриса $\angle DAB$.

Так как любая точка биссектрисы равноудалена от его сторон, то $KM = KH = 6$, $KN = KH = 6$

$KM \perp BC$, $KN \perp AD$. Так как $AD \parallel BC$, то $KM \perp AD$.

Две прямые, перпендикулярные третьей, параллельны, значит, точки К, М, N лежат на одной прямой.

Тогда MN — высота параллелограмма ABCD.

$$MN = KM + KN = 6 + 6 = 12$$

Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту, проведённую к ней, поэтому $S_{ABCD} = MN \cdot BC = 12 \cdot 6 = 72$

Ответ. 72

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$;

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

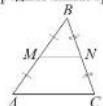
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

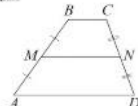
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

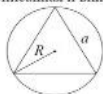


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



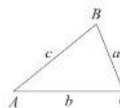
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



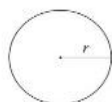
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур



$$S = ah_a$$

$$S = absin \gamma$$

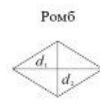


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} absin \gamma$$



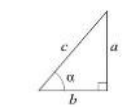
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

ДЛЯ ЗАМЕТОК

[illegible]

